

PRIMER INFORME DE LABORATORIO
TEOREMA DE BERNOULLI
Fundación Universidad de América

Luis Felipe Díaz - 6162936
Felipe Guzmán - 6162977
Valentina Rivera - 6162980

13 de Abril 2019

Índice

1. Introducción	2
2. Objetivos	2
2.1. Objetivo General	2
2.2. Objetivos Específicos	2
3. Tabla de Datos	3
4. Muestra de Cálculos	3
5. Tabla de Resultados	11
6. Análisis de resultados	13
7. Conclusiones	14
8. Recomendaciones	15
9. Bibliografía	15

1. Introducción

En el siguiente informe trataremos el efecto en las velocidades y las presiones debido al cambio de sección transversal en un sistema conocido también como teorema de Bernoulli observado en un fluido ideal en el cual la energía debería permanecer constante compuesta por: la energía cinética, energía potencial y la energía en forma de presión.

2. Objetivos

2.1. Objetivo General

Demostrar el Principio de Bernoulli a través del estudio del flujo continuo del agua que circula por el interior de un conducto tronco cónico de sección circular.

2.2. Objetivos Específicos

- Medir la presión y la velocidad a lo largo de un tubo de Venturi.
- Medir la presión total con la sonda Pitot.
- Determinar la presión dinámica.
- Determinar el caudal y el coeficiente de descarga mediante el tubo de Venturi

3. Tabla de Datos

- Tabla 1. Presiones y áreas transversales

Toma		Punto 1	Punto 2	Punto 3	Punto 4	Punto 5	Punto 6
1	h_{stat} (mm)	255	239	20	155	175	185
	h_{total} (cm)	10.5	10.2	8.8	2.8	0.3	0.5
2	h_{stat} (mm)	255	240	35	160	183	190
	h_{total} (cm)	32.8	31.6	30.1	24.6	24	23.8
Área _T (mm ²)		338.6	233.5	84.6	170.2	255.2	338.6

- Tabla 2. Volúmenes y tiempos

Toma	Volumen (mL)	Tiempo (s)
1	1730	10.30
	1640	10.22
2	1650	10.18
	1560	10.10

4. Muestra de Cálculos

$$\dot{V} = \frac{V}{t} \quad (1)$$

- **Toma 1**

$$\dot{V}_1 = \frac{1,73L}{10,3s} \cdot \left(\frac{1m^3}{1000L}\right) = 1,6796 * 10^{-4}m^3/s$$

$$\dot{V}_2 = \frac{1,64L}{10,22s} \cdot \left(\frac{1m^3}{1000L}\right) = 1,6047 * 10^{-4}m^3/s$$

$$\dot{V}_{Prom} = \frac{\dot{V}_1 + \dot{V}_2}{2} = 1,6422 * 10^{-4}m^3/s$$

■ **Toma 2**

$$\dot{V}_1 = \frac{1,65L}{10,18s} \cdot \left(\frac{1m^3}{1000L}\right) = 1,6208 * 10^{-4}m^3/s$$

$$\dot{V}_2 = \frac{1,56L}{10,10s} \cdot \left(\frac{1m^3}{1000L}\right) = 1,5446 * 10^{-4}m^3/s$$

$$\dot{V}_{Prom} = \frac{\dot{V}_1 + \dot{V}_2}{2} = 1,5827 * 10^{-4}m^3/s$$

$$P_{stat} = \gamma \cdot h_{stat} \quad (2)$$

■ **Toma 1**

Punto 1: $P_{stat} = 9,81KN/m^3 \cdot 0,255m = 2,5016KPa$

Punto 2: $P_{stat} = 9,81KN/m^3 \cdot 0,239m = 2,3446KPa$

Punto 3: $P_{stat} = 9,81KN/m^3 \cdot 0,02m = 0,1962KPa$

Punto 4: $P_{stat} = 9,81KN/m^3 \cdot 0,155m = 1,5206KPa$

Punto 5: $P_{stat} = 9,81KN/m^3 \cdot 0,175m = 1,7168KPa$

Punto 6: $P_{stat} = 9,81KN/m^3 \cdot 0,185m = 1,8149KPa$

■ **Toma 2**

Punto 1: $P_{stat} = 9,81KN/m^3 \cdot 0,255m = 2,5016KPa$

Punto 2: $P_{stat} = 9,81KN/m^3 \cdot 0,240m = 2,3544KPa$

Punto 3: $P_{stat} = 9,81KN/m^3 \cdot 0,035m = 0,3434KPa$

Punto 4: $P_{stat} = 9,81KN/m^3 \cdot 0,160m = 1,5696KPa$

Punto 5: $P_{stat} = 9,81KN/m^3 \cdot 0,183m = 1,7952KPa$

Punto 6: $P_{stat} = 9,81KN/m^3 \cdot 0,190m = 1,8639KPa$

$$P_{total} = \gamma \cdot h_{total} \quad (3)$$

■ Toma 1

Punto 1: $P_{total} = 9,81KN/m^3 \cdot 0,105m = 1,0301KPa$

Punto 2: $P_{total} = 9,81KN/m^3 \cdot 0,102m = 1,0006KPa$

Punto 3: $P_{total} = 9,81KN/m^3 \cdot 0,088m = 0,8633KPa$

Punto 4: $P_{total} = 9,81KN/m^3 \cdot 0,028m = 0,2747KPa$

Punto 5: $P_{total} = 9,81KN/m^3 \cdot 0,003m = 0,02943KPa$

Punto 6: $P_{total} = 9,81KN/m^3 \cdot 0,005m = 0,0491KPa$

■ Toma 2

Punto 1: $P_{total} = 9,81KN/m^3 \cdot 0,328m = 3,2177KPa$

Punto 2: $P_{total} = 9,81KN/m^3 \cdot 0,316m = 3,09996KPa$

Punto 3: $P_{total} = 9,81KN/m^3 \cdot 0,301m = 2,9528KPa$

Punto 4: $P_{total} = 9,81KN/m^3 \cdot 0,246m = 2,4133KPa$

Punto 5: $P_{total} = 9,81KN/m^3 \cdot 0,240m = 2,3544KPa$

Punto 6: $P_{total} = 9,81KN/m^3 \cdot 0,238m = 2,3348KPa$

$$P_{total} = P_{dinamic} + P_{static} \longrightarrow P_{dinamic} = P_{total} - P_{static} \quad (4)$$

■ Toma 1

Punto 1: $P_{din} = 1,0301KPa - 2,5016KPa = -1,4715KPa$

Punto 2: $P_{din} = 1,0006KPa - 2,3446KPa = -1,344KPa$

Punto 3: $P_{din} = 0,8633KPa - 0,1962KPa = 0,6671KPa$

Punto 4: $P_{din} = 0,2747KPa - 1,5206KPa = -1,2459KPa$

Punto 5: $P_{din} = 0,02943KPa - 1,7168KPa = -1,6874KPa$

Punto 6: $P_{din} = 0,0491KPa - 1,8149KPa = -1,7658KPa$

■ Toma 2

Punto 1: $P_{din} = 3,2177KPa - 2,5016KPa = 0,7161KPa$

Punto 2: $P_{din} = 3,09996KPa - 2,3544KPa = 0,7456KPa$

Punto 3: $P_{din} = 2,9528KPa - 0,3434KPa = 2,6094KPa$

Punto 4: $P_{din} = 2,4133KPa - 1,5696KPa = 0,8437KPa$

Punto 5: $P_{din} = 2,3544KPa - 1,7952KPa = 0,5592KPa$

Punto 6: $P_{din} = 2,3348KPa - 1,8639KPa = 0,4709KPa$

$$h_{dinamic} = h_{total} - h_{stat} \quad (5)$$

■ Toma 1

Punto 1: $h_{din} = 0,105m - 0,255m = -0,15m$

Punto 2: $h_{din} = 0,102m - 0,239m = -0,137m$

Punto 3: $h_{din} = 0,088m - 0,02m = 0,068m$

Punto 4: $h_{din} = 0,028m - 0,155m = -0,127m$

Punto 5: $h_{din} = 0,003m - 0,175m = -0,172m$

Punto 6: $h_{din} = 0,005m - 0,185m = -0,18m$

■ Toma 2

Punto 1: $h_{din} = 0,328m - 0,255m = 0,073m$

Punto 2: $h_{din} = 0,316m - 0,240m = 0,076m$

Punto 3: $h_{din} = 0,301m - 0,035m = 0,266m$

Punto 4: $h_{din} = 0,246m - 0,160m = 0,086m$

Punto 5: $h_{din} = 0,240m - 0,183m = 0,057m$

Punto 6: $h_{din} = 0,238m - 0,190m = 0,048m$

$$\vec{v} = \frac{\dot{V}}{A} \quad (6)$$

■ Toma 1

$$\text{Punto 1: } \vec{v}_1 = \frac{1,6422 * 10^{-4} m^3/s}{338,6 mm^2} \cdot \left(\frac{1000 mm}{1 m}\right)^2 = 0,485 m/s$$

$$\text{Punto 2: } \vec{v}_2 = \frac{1,6422 * 10^{-4} m^3/s}{233,5 mm^2} \cdot \left(\frac{1000 mm}{1 m}\right)^2 = 0,703 m/s$$

$$\text{Punto 3: } \vec{v}_3 = \frac{1,6422 * 10^{-4} m^3/s}{84,6 mm^2} \cdot \left(\frac{1000 mm}{1 m}\right)^2 = 1,941 m/s$$

$$\text{Punto 4: } \vec{v}_4 = \frac{1,6422 * 10^{-4} m^3/s}{170,2 mm^2} \cdot \left(\frac{1000 mm}{1 m}\right)^2 = 0,965 m/s$$

$$\text{Punto 5: } \vec{v}_5 = \frac{1,6422 * 10^{-4} m^3/s}{255,2 mm^2} \cdot \left(\frac{1000 mm}{1 m}\right)^2 = 0,643 m/s$$

$$\text{Punto 6: } \vec{v}_6 = \frac{1,6422 * 10^{-4} m^3/s}{338,6 mm^2} \cdot \left(\frac{1000 mm}{1 m}\right)^2 = 0,485 m/s$$

■ Toma 2

$$\text{Punto 1: } \vec{v}_1 = \frac{1,5827 * 10^{-4} m^3/s}{338,6 mm^2} \cdot \left(\frac{1000 mm}{1 m}\right)^2 = 0,467 m/s$$

$$\text{Punto 2: } \vec{v}_2 = \frac{1,5827 * 10^{-4} m^3/s}{233,5 mm^2} \cdot \left(\frac{1000 mm}{1 m}\right)^2 = 0,678 m/s$$

$$\text{Punto 3: } \vec{v}_3 = \frac{1,5827 * 10^{-4} m^3/s}{84,6 mm^2} \cdot \left(\frac{1000 mm}{1 m}\right)^2 = 1,871 m/s$$

$$\text{Punto 4: } \vec{v}_4 = \frac{1,5827 * 10^{-4} m^3/s}{170,2 mm^2} \cdot \left(\frac{1000 mm}{1 m}\right)^2 = 0,93 m/s$$

$$\text{Punto 5: } \vec{v}_5 = \frac{1,5827 * 10^{-4} m^3/s}{255,2 mm^2} \cdot \left(\frac{1000 mm}{1 m}\right)^2 = 0,62 m/s$$

$$\text{Punto 6: } \vec{v}_6 = \frac{1,5827 * 10^{-4} m^3/s}{338,6 mm^2} \cdot \left(\frac{1000 mm}{1 m}\right)^2 = 0,467 m/s$$

Verificación del principio de Bernoulli

$$h_{stat1} + \frac{(\vec{v}_1)^2}{2g} = h_{stat2} + \frac{(\vec{v}_2)^2}{2g} = h_{stat3} + \frac{(\vec{v}_3)^2}{2g} = h_{stat4} + \frac{(\vec{v}_4)^2}{2g} =$$
$$h_{stat5} + \frac{(\vec{v}_5)^2}{2g} = h_{stat6} + \frac{(\vec{v}_6)^2}{2g}$$

(7)

■ Toma 1

$$0,255m + \frac{(0,485m/s)^2}{2 * 9,81m/s^2} = 0,239m + \frac{(0,703m/s)^2}{2 * 9,81m/s^2} = 0,020m + \frac{(1,941m/s)^2}{2 * 9,81m/s^2} =$$
$$0,155m + \frac{(0,965m/s)^2}{2 * 9,81m/s^2} = 0,175m + \frac{(0,643m/s)^2}{2 * 9,81m/s^2} = 0,185m + \frac{(0,485m/s)^2}{2 * 9,81m/s^2}$$

■ Toma 2

$$0,255m + \frac{(0,467m/s)^2}{2 * 9,81m/s^2} = 0,240m + \frac{(0,678m/s)^2}{2 * 9,81m/s^2} = 0,035m + \frac{(1,871m/s)^2}{2 * 9,81m/s^2} =$$
$$0,160m + \frac{(0,930m/s)^2}{2 * 9,81m/s^2} = 0,183m + \frac{(0,620m/s)^2}{2 * 9,81m/s^2} = 0,190m + \frac{(0,467m/s)^2}{2 * 9,81m/s^2}$$

Obteniendo como resultado:

Toma 1: $0,267m = 0,264m = 0,212m = 0,202m = 0,196m = 0,197m$

Toma 2: $0,266m = 0,263m = 0,213m = 0,204m = 0,203m = 0,201m$

El resultado son muy similares, el cambio se debe a que hay una pérdida de energía por el tubo a medida que aumenta la longitud.

■ Caudal teórico

$$\dot{V}_{teor} = A_1 \cdot \sqrt{\frac{(2g)(h_{stat1} - h_{stat3})}{(A_1/A_3)^2 - 1}} \quad (8)$$

Toma 1:

$$\dot{V}_{teor} = 338,6mm^2 \cdot \left(\frac{1m}{1000mm}\right)^2 \cdot \sqrt{\frac{(2 * 9,81m/s^2)(0,255m - 0,02m)}{(338,6mm^2/84,6mm^2)^2 - 1}}$$

$$\dot{V}_{teor} = 1,8761 * 10^{-4}m^3/s$$

Toma 2:

$$\dot{V}_{teor} = 338,6mm^2 \cdot \left(\frac{1m}{1000mm}\right)^2 \cdot \sqrt{\frac{(2 * 9,81m/s^2)(0,255m - 0,035m)}{(338,6mm^2/84,6mm^2)^2 - 1}}$$

$$\dot{V}_{teor} = 1,8152 * 10^{-4}m^3/s$$

■ Coeficiente de descarga

$$C = \frac{\dot{V}_{real}}{\dot{V}_{teorico}} \quad (9)$$

$$C_1 = \frac{1,6422 * 10^{-4}m^3/s}{1,8761 * 10^{-4}m^3/s} = 0,8753$$

$$C_2 = \frac{1,5827 * 10^{-4}m^3/s}{1,8152 * 10^{-4}m^3/s} = 0,8719$$

$$C = \frac{C_1 + C_2}{2} = 0,8736$$

■ **Caudal real**

$$\dot{V}_{real} = C \cdot A_1 \cdot \sqrt{\frac{(2g)(h_{stat1} - h_{stat3})}{(A_1/A_3)^2 - 1}} \quad (10)$$

Toma 1:

$$\dot{V}_{real} = 0,8736 \cdot (338,6mm^2) \cdot \left(\frac{1m}{1000mm}\right)^2 \cdot \sqrt{\frac{(2 * 9,81m/s^2)(0,255m - 0,02m)}{(338,6mm^2/84,6mm^2)^2 - 1}}$$

$$\dot{V}_{real} = 1,6389 * 10^{-4}m^3/s$$

Toma 2:

$$\dot{V}_{real} = 0,8736 \cdot (338,6mm^2) \cdot \left(\frac{1m}{1000mm}\right)^2 \cdot \sqrt{\frac{(2 * 9,81m/s^2)(0,255m - 0,035m)}{(338,6mm^2/84,6mm^2)^2 - 1}}$$

$$\dot{V}_{real} = 1,5858 * 10^{-4}m^3/s$$

■ **Porcentaje de error Caudal**

$$\%Error = \frac{\dot{V}_{exp} - \dot{V}_{real}}{\dot{V}_{real}} \cdot 100 \% \quad (11)$$

Toma 1:

$$\%Error = \frac{|1,6422 * 10^{-4}m^3/s - 1,6389 * 10^{-4}m^3/s|}{1,6389 * 10^{-4}m^3/s} \cdot 100 \% = 0,2014 \%$$

Toma 2:

$$\%Error = \frac{|1,5827 * 10^{-4}m^3/s - 1,5858 * 10^{-4}m^3/s|}{1,5858 * 10^{-4}m^3/s} \cdot 100 \% = 0,1955 \%$$

5. Tabla de Resultados

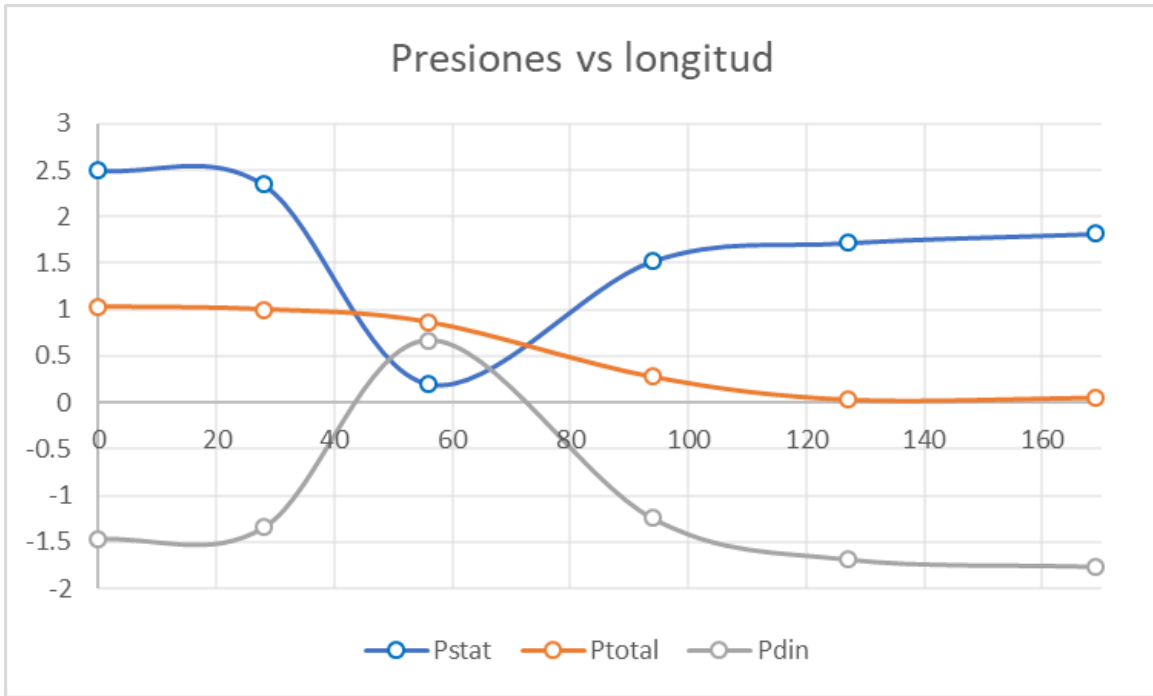
■ Tabla 3. Resultados toma 1

-	Punto 1	Punto 2	Punto 3	Punto 4	Punto 5	Punto 6
h_{stat} (m)	0.255	0.239	0.020	0.155	0.175	0.185
h_{total} (m)	0.105	0.102	0.088	0.028	0.003	0.005
h_{din} (m)	-0.15	-0.137	0.068	-0.127	-0.172	-0.18
\vec{v} (m/s)	0.485	0.703	1.941	0.965	0.643	0.485
P_{stat} (KPa)	2.5016	2.3446	0.1962	1.5206	1.7168	1.8149
P_{total} (KPa)	1.0301	1.0006	0.8633	0.2747	0.02943	0.0491
P_{din} (KPa)	-1.4715	-1.344	0.6671	-1.2459	-1.6874	-1.7658
\dot{V}_{real} (m ³ /s)	1.6389*10 ⁻⁴					
\dot{V}_{teor} (m ³ /s)	1.8761*10 ⁻⁴					
C	0.8736					

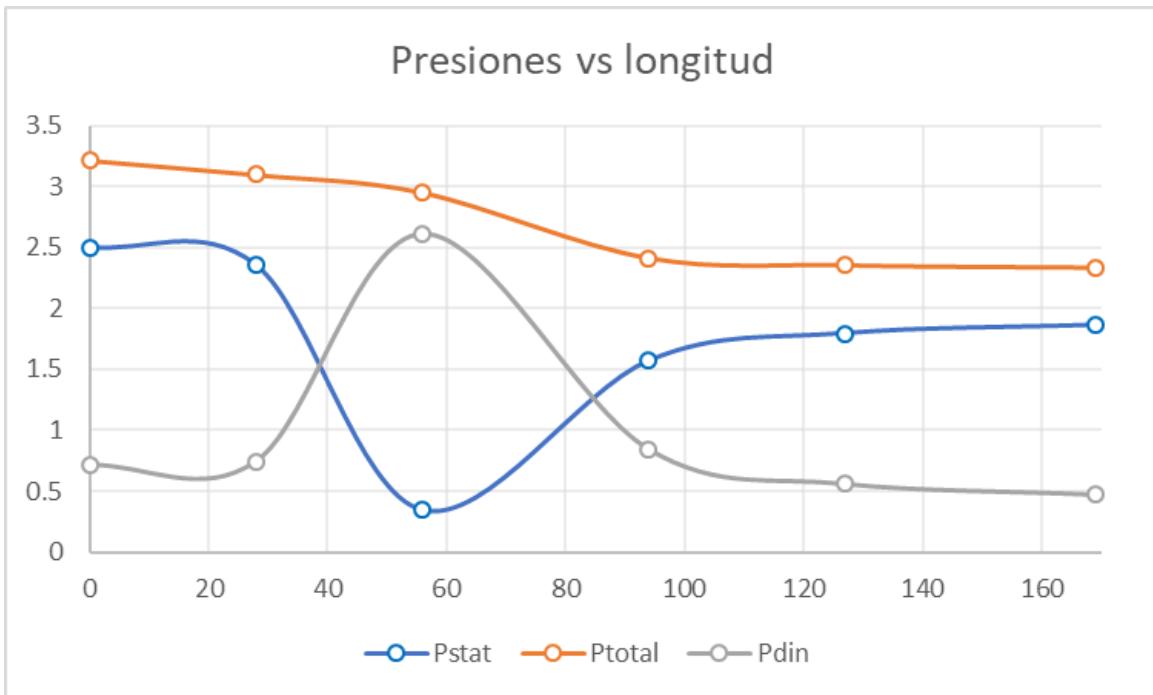
■ Tabla 4. Resultados toma 2

-	Punto 1	Punto 2	Punto 3	Punto 4	Punto 5	Punto 6
h_{stat} (m)	0.255	0.240	0.035	0.160	0.183	0.190
h_{total} (m)	0.328	0.316	0.301	0.246	0.240	0.238
h_{din} (m)	0.073	0.076	0.266	0.086	0.057	0.048
\vec{v} (m/s)	0.467	0.678	1.871	0.930	0.620	0.467
P_{stat} (KPa)	2.5016	2.3544	0.3434	1.5696	1.7952	1.8639
P_{total} (KPa)	3.2177	3.09996	2.9528	2.4133	2.3544	2.3348
P_{din} (KPa)	0.7161	0.7456	2.6094	0.8437	0.5592	0.4709
\dot{V}_{real} (m ³ /s)	1.5858*10 ⁻⁴					
\dot{V}_{teor} (m ³ /s)	1.8152*10 ⁻⁴					
C	0.8736					

Gráfica Toma 1



Gráfica Toma 2



6. Análisis de resultados

Al recopilar y analizar los datos de la práctica se pudo evidenciar una pérdida de energía en forma de presión, como se puede observar en la diferencia de presión estática en el punto 1 y en el punto 6 donde a pesar de tener el mismo diámetro y mismo caudal su presión era menor, estas pérdidas de energía las genera las generan varios factores como la rugosidad de la tubería, la viscosidad del fluido, entre otros.

Se compararon el caudal teórico y el caudal real, siendo el caudal teórico el que se obtuvo aplicando la ecuación de Bernoulli mientras que el real fue el obtenido en el laboratorio como volumen sobre tiempo, obteniendo un coeficiente de descarga promedio de 0,8736. Con este coeficiente se reduce el error relativo entre el caudal real y el caudal teórico pues se reduce el error hasta un valor de 0,2014 %.

Teniendo en cuenta el cambio de las presiones y velocidades respecto a las áreas, se analizó si los estatutos propuestos por Bernoulli en los cuales dice que la presión disminuye si el área aumenta y que la velocidad aumente si el área disminuye, además se hallaron los valores de la presión dinámica y se pudo observar como estos también van cambiando respecto al área y como iban perdiendo energía a medida que aumentaba la distancia, una de las aplicaciones de estos conceptos son el que tipo de bomba se debe escoger para poder tener un flujo a cierta presión en una distancia determinada y recuperar la energía perdida en el proceso.

Debido al principio de conservación de la masa y a que se trabaja con agua a temperatura ambiente, la cual es incompresible se asume densidades iguales, donde se observa que el flujo volumétrico es igual para todos los puntos, sin embargo las velocidades son distintas por lo que el diámetro es distinto por ende el área es distinta en cada punto, menos cuando se observa el punto 1 con respecto al punto 6 en donde hay una inconsistencia en los datos debido a que a pesar de que la velocidad es constante en estos dos puntos y de que el diámetro de la tubería es igual en ambos puntos, la presión cambia y se estaría violando teóricamente la primera ley de la termodinámica pero se sabe que esto es imposible.

Uno de las posibles errores en el experimento podría ser que para este balance de energía se excluye la pérdida de energía generada por la fricción que hay en el tubo en forma de calor provocando pequeños aumentos en la

temperatura del fluido y haciendo que la presión cambie, sin embargo según lo observado en el laboratorio estas pequeñas pérdidas se pueden llegar a despreciar, así que otra de las más posibles causas y de hecho la más frecuente es la producción de pequeñas fugas debido a imperfecciones en el sellado de los tubos provocando pérdida de masa y haciendo que el caudal cambie.

7. Conclusiones

- Se comprobó que la ecuación de Bernoulli aunque no tiene en cuenta bastantes factores, si logra demostrar el cambio de las velocidades y presiones con respecto al área, en un sistema en el cual tenemos un flujo constante, ya que como se puede observar en la tabla 1 de datos a medida que el área aumenta, la presión aumenta y la velocidad disminuye tal como la ecuación de Bernoulli demuestra.
- Se dedujo que la pérdida de velocidad se da por el cambio de diámetro, así mismo éste último a menor velocidad mayor presión y a mayor velocidad menor presión, a menor diámetro mayor energía cinética y menor energía de presión.
- Se observó que el fluido al pasar a través de un tubo y se presenta fricción hay una caída de presión, el cual no se logra recuperar.
- Se determinó la relación entre la presión y el diámetro del tubo, el cual es directamente proporcional. De esta manera a mayor presión mayor diámetro y viceversa.
- Se dedujo que la viscosidad genera una pérdida de presión, debido a que la viscosidad es un esfuerzo cortante que genera el fluido sobre un área, el cual depende de la temperatura y el tipo de fluido.
- Se comprobó el caudal real a partir del valor teórico y el experimental, haciendo la comparación entre el real y el experimental.

8. Recomendaciones

Tener más precisión al momento de observar las alturas para así minimizar inexactitudes, repitiendo varias veces para disminuir error de cálculos.

9. Bibliografía

MOTT, Robert L. MECÁNICA DE FLUIDOS. Sexta edición. Pearson Educación, México, 2006 Guías GUNT Hamburgo